

彈塑性混凝土混合層與振動裝置之間的相互作用

由於目前在計算振動機器方面尚未釐清以此法去考量混凝土混合物對振動裝置震盪的影響，因此在計算上採用帶條件係數 K 的質量部份—即所謂的附加質量係數。

我們檢視夯實混凝土混合層時運用於計算模式之主要參數的影響，並且利用相似性及均勻性的理論取得第一手資料。

在描述任何一種難以用一般方法獲得解答的複雜過程時，使用相似性及均勻性理論是合理的。在設定任務時，我們抄下影響過程的主要參數及其數值。當使用關於過程的物理、實驗、有時是直覺式的概念時，我們取得決定其特點的無因次組合。無因次組合的數量完全確定，並從條件中設定 π 為定量：組合數等於減去決定參數數量的參數總數。具決定性的物理參數應是主要的單一值，從中可以取得所有其他影響過程的參數。最常使用力量 $[K]$ ，時間 $[t]$ ，長度 $[L]$ (主要採用工程單位制) 作為決定性的參數。其他力學參數的因次將是這些數值的衍生。

每個無因次組合決定其中一個流程面向。不論是對模型或實物而言，無因次組合在過程模組化時應為常數。有時模組化只容許執行影響過程的主要條件。

當使用相似理論及維數的方法解決各種任務時，作者建議在第一個近似值中去釐清無因次組合意義分析中的主要決定性組合。在此分析中利用影響過程之參數的平均值，並從中取得所有無因次組合。

以正數及大單位的形式得到無因次組合數值的意義。絕對值大的無因次組合對於該研究過程產生較明顯的影響。

以下的描述可取得分析無因次組合的方法基礎。該研究過程可用無因次組合 a_1 ,

a_2, a_3, \dots ,等為自變量的函數形式表示。在第一個相似值中每一函數皆可用線性多項式表示：

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (1)$$

因此，無因次組合即為方程式(1)的係數。根據無因次組合的絕對值可以大概判定其對功能值的影響程度或對下個過程的影響。

夯實混凝土混合物時，可在震動台上觀察到混凝土混合物與振動裝置產生交互作用的共振現象。振幅依據壓力或速度在形成駐波時出現，而在最小振幅區的混凝土混合物則可能會夯實不足。這些情況增加了大塊構件在振動台上成形的困難度，而產生在模組化研究的複雜度。

要實現模組化，就必須讓混合物本身的性質對交互作用過程產生主要的影響。以下表一列出影響交互作用過程的主要參數及其維數。

表 1

影響相互作用過程的主要參數	計算公式
混凝土混合物柱之彈性模數, E	K/L^2
混凝土混合物柱之面積, F	L^2
混凝土混合物柱之高度, h	L
混凝土混合物柱之單位長度質量, m	Kt^2/L^2
自然震動頻率, p	1/t
彈簧強度, c	K/L
振動台(底盤)質量, M	Kt^2/L^2

我們依然採力量[K]，時間[t]，長度[L]作為決定性的參數。無因次組合數將

等於 $7-3=4$ 。在組合的制定中值得注意的是：自然震動的頻率應和該平台以及混凝土混合物的質量及強度相關。考量上述，可以取得下列無因次組合的形式：

$$1) \frac{mk^2p^2}{EF} \quad 2) \frac{M^2p^2}{mEF} \quad 3) \frac{EFmp^2}{c^2} \quad 4) \frac{Mp^2}{c} \quad (2)$$

分別檢視混凝土混合柱與振動裝置交互作用在兩種情況下的無因次組合意義：

第一：硬度小的彈簧 $C_1 = 50 \text{ kg/cm}$ 及質量不大的桌台 $M_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ kg/c}^2 \cdot \text{cm}$ 的實驗機台 BEDS-100B；

第二：彈簧強度 $C_b = 2 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{c}^2/\text{c}$ 及桌台質量 $M_b = 5 \text{ kg c}^2/\text{cm}$ 的振動平台，其他參數則相同： $E = 100 \text{ kg/cm}^2$, $F = 100 \text{ cm}^2$, $h = 20 \text{ cm}$, $m = 2.3 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{c}/\text{cm}^2$

對於混凝土混合物柱與振動裝置台之間交互作用而言，無因次組合將會相同：

$$1) 9.2 \times 10^{-6} p^2 \text{ 或 } 1.1 \times 10^5 p^{-2}; 2) 2.2 \times 10^{-3} p^2 \text{ 或 } 4.6 \times 10^2 p^{-2};$$

$$3) 9.2 \times 10^{-4} p^2 \text{ 或 } 1.1 \times 10^3 p^{-2}; \quad 4) 1 \times 10^{-4} p^2 \text{ 或 } 1 \times 10^4 p^{-2} \quad (2)$$

對於柱與振動平台間的相互作用，無因次組合亦將相應地相同：

$$1) 9.2 \times 10^{-6} p^2 \text{ 或 } 1.1 \times 10^5 p^{-2}; 2) 1.1 \times 10^1 p^2;$$

$$3) 5.7 \times 10^{-9} p^2 \text{ 或 } 1.7 \times 10^8 p^{-2}; 4) 2.5 \times 10^{-4} p^2 \text{ 或 } 4 \times 10^3 p^{-2} \quad (2'')$$

對於振動機台條件而言，無因次組合的絕對值(2.1)將為最大。因此，混凝土混合物本身的性質會對交互作用的過程產生決定性的影響。在這個情況下，當研究機台上的交互作用過程時，可以確定混凝土混合物的參數。

但柱與工業用振動機台之間的交互作用就完全是另一回事了。無因次組合最大

值(2.3)顯示，交互作用過程中的最小值由彈性成份的強度決定。

使用無因次組合(2.1)時，可以大概地確定混凝土混合柱共振的條件：

$$\frac{mh^2 p^2}{EF} = C \quad (3)$$

C 為常數，等於 $(2\pi)^2$

假若考量混凝土混合物的分配質量 $m = \rho F$ ，那麼方程式(3)可以表示為：

$$\lambda = (h) = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{2\pi}{p} \quad (4)$$

對於共振的條件而言，自有頻率 p 與攪動力 ω 的頻率一致。 $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 表示是棒 v 的縱向波的速度。在這情況下：

$$h = v \frac{2\pi}{\omega} = \frac{v}{f} \quad (5)$$

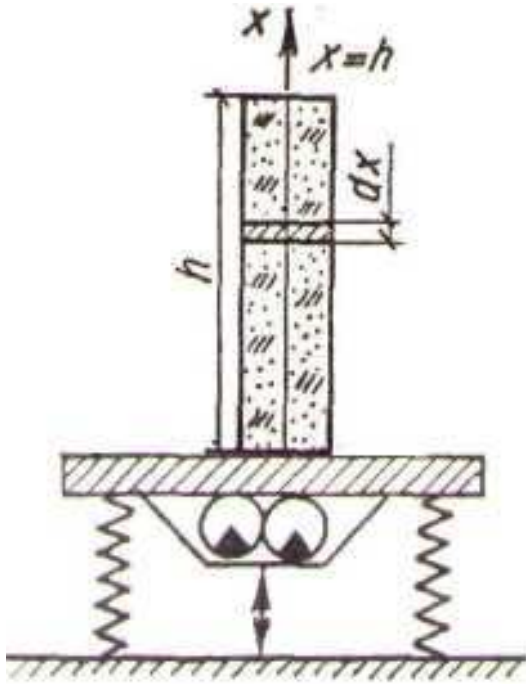
f 為振動頻率的赫茲時， v 為縱向波的速度，等於 50-160 m/s.

對於 $f_s = 50$ 的標準振動條件下，假如採取 $v \leq 50$ m/s，那麼共振現象會發生在 $h \leq 100$ cm 的高層。然而，較大的能量將在 $h \leq \frac{1}{4}\lambda$ 時傳到混凝土混合物。因此，必須努力讓標準振動條件採用 $h < 0.25$ cm 的高層。

擴散及消滅的過程透過 Kelvin - Voigt 模式的使用來呈現：

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \quad (6)$$

採用以下臨界條件，如圖一所示：



圖一 夯實振動台上的混凝土混合柱

在 $x = 0$

$$u = u_0 \cos \omega t;$$

(7)

在 $x = h$

$$\sigma(h, t) = \left(-E \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right) = 0.$$

以消滅直接與反應波數量的形式找到解決已建立之振動模式的方法：

$$u = e^{-\alpha x} [A_1 \cos(\omega t - \gamma x) + A_3 \sin(\omega t - \gamma x)] + e^{\alpha x} [A_2 \cos(\omega t + \gamma x) + A_4 \sin(\omega t + \gamma x)].$$

(8)

在(8)中 $\alpha = \psi_1(E, \nu)$ 且 $\gamma = \psi_2(E, \nu)$.

在所有的轉換之後得到：

$$E = \frac{\omega^2 h^2 \rho (m^2 - n^2)}{(m^2 + n^2)^2}$$

$$\nu = \frac{\omega h^2 \rho \cdot 2mn}{(m^2 + n^2)^2},$$

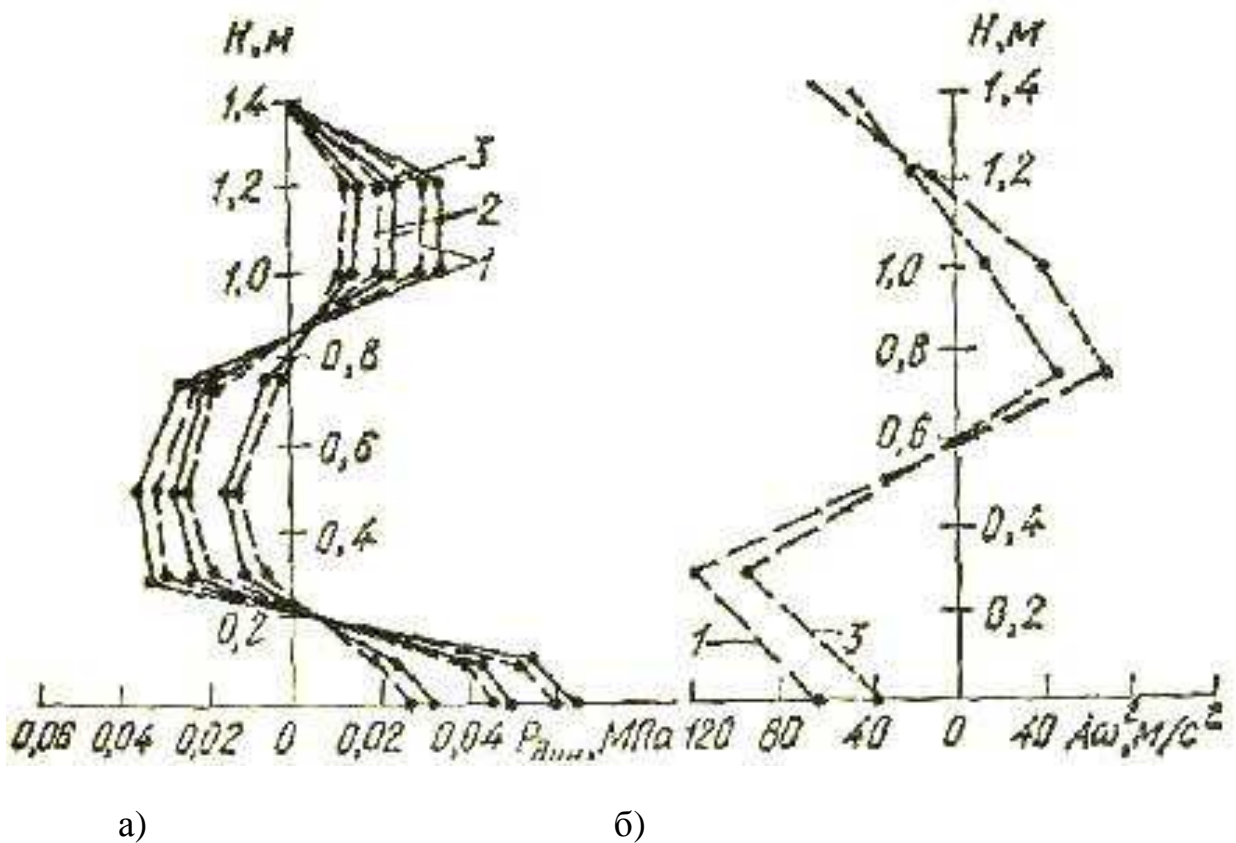
(9)

(10)

m 與 n 是無因次常數

m 和 n 的值將取決於點 x (u_x) 及 $x = 0$ (u_0) 的變位關係，也取決於點 0 及 x 之間縱向波的位移。

以 20 x 90 x 150 cm 尺寸的形式執行實驗性研究。動壓力 $P_{\text{дин}}$ 及加速度 $A_{\omega 2}$ 根據混凝土混合物層的高度在各種振動作用模式下，透過感應器確定壓力 M-70 及加速度 ДУ-5。為建立模具及平台間的撞擊-振動模式，放置彈性墊片並確保振動台振動頻率在 15, 25 及 50 赫茲時互撞的效果。在頻率 15 及 25 赫茲的情況下，研究了加速度 1.5, 2.5, 3.5g 的諧波，以及加速度 $A_{gy} = 4.0; 6.0; 9.0g$ 的不對襯互撞。對於對襯狀態的加速度採用 3.5; 5.0; 6.5g。使用根據技術粘度計 20, 60 c 的強度的混凝土混合物成份，且可移動的錐體坍塌度為 11 cm。結果在混凝土混合物層中取得頻率 50 赫茲的動壓力及加速度的波形圖，如圖二所示。



圖二：根據混凝土混合柱高度在振動諧頻為 50 赫茲時的振動擴散（實線表示強度為 20c 的數據；虛線為 60c）：1...3 為攪動加速度，依序為 6.5；5 和 3.5g。

我們在對襯的振動模式下取得彈性 E 的動力模式與動力粘度係數 ν 的意義（表二），從中可以注意到，混凝土混合物的動力特性隨著振動頻率的提高而增加。

表二：在不同振動模式下，彈性 E 的動力模式與動力粘度係數 ν 的意義

Частота колебаний f , Гц	E , МПа		$\nu \cdot 10^8$, Па·с	
	OK = 11 см	Ж = 60 с	OK = 11 см	Ж = 60 с
15	1,27...2,74	0,88...1,6	10,98...23,7	9,16...18,8
25	2,73...3,9	1,28...2,69	14,77...28,11	10,4...20,26
50	3,26...5,63	2,27...3,72	13,37...21,4	14,2...24,44

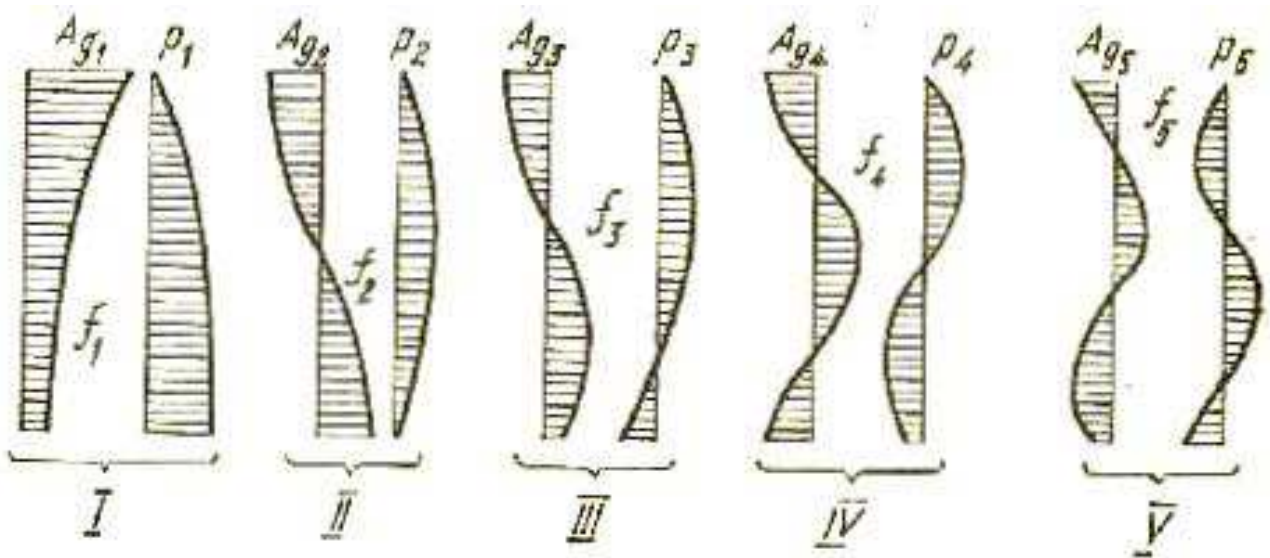
(表二翻譯如下：)

振動頻率 f_s /赫茲	E , МПа		$\nu \cdot 10^8$, Па·с	
	錐體坍塌度 =11cm	強度=60c	錐體坍塌度 =11cm	強度=60c
15	1.27...2.74	0.88...1.6	10.98...23.7	9.16...18.8
25	2.73...3.9	1.28...2.69	14.77...28.11	10.4...20.26
50	3.26...5.63	2.27...3.72	13.37...21.4	14.2...24.44

在混凝土混合物柱的振動中，重要的不僅是振動的擴散及消滅，還包括「振動裝置－混凝土混合物」之間的交互作用：振動時，振動台上的混凝土混合物柱開始表現得像彈性系統，其自然的振動大大地反應在振動台的振動上。這個現象與振動台上柱下端的壓力有關。因此，振動擴散的過程與所謂的混凝土混合物可用的或伴隨的質量定義有關。不但須要這個質量去找到振動台上的實際載重力，並且根據混凝土混合柱高度去評估影響夯實過程的動壓力。

在波動現象的條件下，根據柱高 h 與波長 λ 的關係，於定義波頻率時可以有各

種不同的情況，稱為波形。I 型符合柱高波長 1/4 倍的情況。

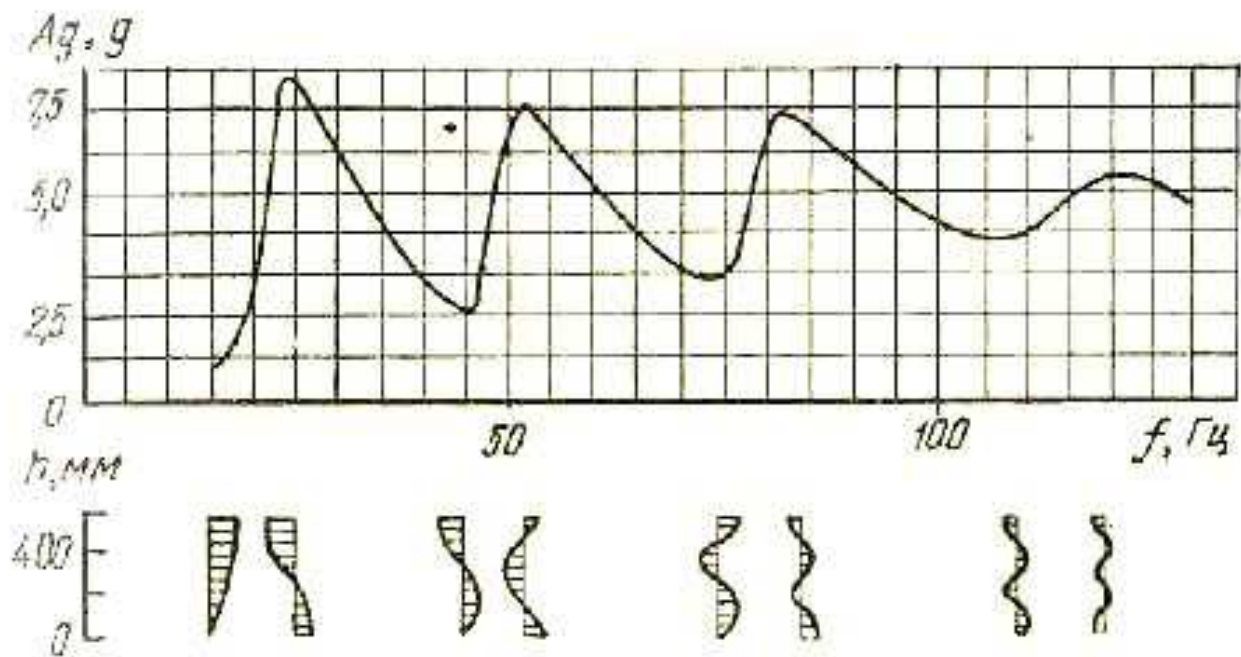


圖三：在不同波柱：I...V—波形情況下的加速度及壓力分佈圖的特性

II 型為 1/2 倍；III 型為 3/4 倍，及 IV 型為全波長($h = \lambda$) (圖三)。在波形 I 時，柱下半部的加速度將為最小，而上部則最大。混凝土混合柱如單質量系統般與振動裝置呈反相振盪。根據此點，最大的動壓力在下部。在這個情況下，振動裝置及柱需要較多的能量，且可預期到其相當多的部份會被混凝土混合物吸收。

在波形 II 時，柱上部及下部皆呈反相振盪。中心加速度的分佈圖有零點，也是在這裡產生最大的動壓力。相當大的部份（一半）柱質量與振動裝置共同運作，且為了達到相同的加速度意義，連在第一波型時需要的振動台動力也相當小。

在 III, IV 以及接下來的波形，柱的質量更加破裂。壓力分佈圖的最大縱坐標與零速區相符合，反之亦然。於此，振動機台動力的消耗及被混凝土混合柱吸收的能量逐漸減少。



圖四：在混凝土混合柱下端及其相應波形的共振現象

根據圖四所示彎曲的上升及下降分支，一個波形在該柱高的情況下轉換到另一個波形。

下端極值與上端不同，有時被稱為反共振。

低峰區所需要的能量要比之後的及高峰區來得多。

平台與混凝土混合物的相互作用值取決於在該振動平台上夯實層的厚度（構件厚度），以及在採用振動裝置的震頻情況下，取決於混合物的成形特點。

文章出處：Гусев Б.В., Зазимко В.Г. “Вибрационная технология бетона. Киев, 1991”, Gusev B. V., Zazimko V. G., 《混凝土的振動技術》，基輔，1991

翻譯：黃怡瑛；校稿：黃崧任／國立台灣科技大學機械工程系副教授